

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

پایه

۱۲

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ پیش آزمون: فروردین ماه ۱۴۰۴

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل های ۲، ۴ و ۵	فصل های ۲، ۴ و ۵	فصل ۱ تا ۳
هندسه	کل کتاب	-	فصل ۱
گسسته	-	فصل ۱	فصل های ۱ و ۲

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x[x]+1}{x+3}$ بازه $(-1, 1)$ باشد، برد آن کدام است؟

- (۱) $[\frac{1}{3}, 1)$ (۲) $[\frac{1}{3}, 1]$ (۳) $(\frac{1}{4}, 1]$ (۴) $(0, 1]$

۲- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول چند واحد به سمت راست انتقال دهیم تا نمودار f را در نقطه‌ای به طول $x = 5$ قطع کند؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- با فرض $f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ، مجموع ریشه‌های معادله $f \circ f(x) = f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۵

۴- اگر تابع $f(x) = |2x - m + 3| - 2|x + 3m + 1|$ تابعی نزولی باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m \geq 7$ (۲) $m \geq \frac{1}{7}$ (۳) $m \leq \frac{1}{7}$ (۴) $m \leq 7$

۵- اگر $\frac{2 \cot x - \sin \frac{7\pi}{6}}{\cot x + \cos \frac{5\pi}{3}} = 3$ باشد، مقدار $\cos 2x$ چقدر است؟

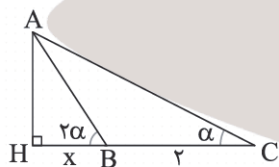
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) صفر

۶- به فرض آنکه $a \sin^2 x + b \cos^2 x = a + b$ مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ ($a \neq b$)

- (۱) $\frac{b-a}{a+b}$ (۲) $\frac{a+b}{b-a}$ (۳) $\frac{a+b}{a-b}$ (۴) $\frac{a-b}{a+b}$

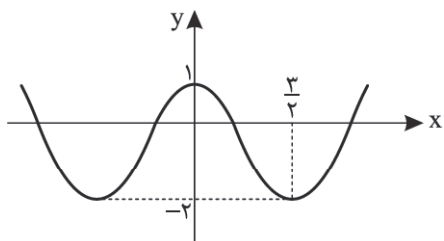
۷- در شکل زیر $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ است. مساحت مثلث AHC کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$



محل انجام محاسبات

۸- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - b \sin^2 \frac{\pi}{c} x$ شکل زیر است. مقدار $|c| + ab$ چه عددی است؟



(۱) -۶

(۲) ۹

(۳) صفر

(۴) ۶

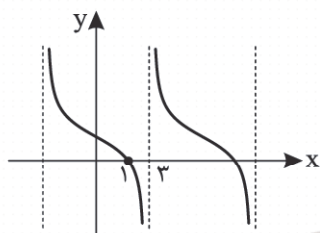
۹- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 8$ در بازه $(0, \pi)$ چند برابر کوچک‌ترین ریشه آن در همین بازه است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۱۶

(۱) ۸



۱۰- شکل زیر، بخشی از نمودار $f(x) = 1 - a \tan(\frac{\pi}{b} x)$ است. مقدار ab کدام است؟

(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{2}$

(۴) $6\sqrt{3}$

۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{\sin 2x}}}{\cos 2x}$ کدام است؟

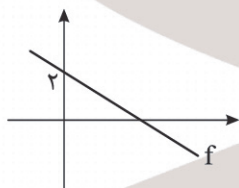
(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\sqrt{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۲- فرض کنیم نمودار تابع خطی $y = f(x)$ شکل زیر باشد. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf(x) - f^{-1}(x)}{x - 2}$ با فرض موجود بودن چه عددی است؟



(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) -۲

محل انجام محاسبات

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-\sin x}}{\cos x} & x > \frac{\pi}{2} \\ K & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوستگی راست دارد. مقدار K کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۴- هرگاه $f(x) = x \sin \frac{2}{x}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2f(x) - f(\frac{2}{x}))$ چه عددی است؟

- (۱) صفر (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۵- تابع $f(x) = \frac{\cos(\pi[x])}{x^3 - x^2}$ مفروض است. کدام گزینه صحیح نیست؟

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ (۳)

۱۶- با فرض $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ نمودار تابع $y = f(\frac{1}{x})$ در مجاورت مجانب افقی چگونه است؟



۱۷- مجموعه جواب نامعادله $(x-3)(x^2 + ax + b) \geq 0$ بازه $(-\infty, +\infty)$ مقدار b کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳) -۶ (۴) ۶

۱۸- اگر $3 < \frac{4x-1}{x+2} < 1$ باشد، حاصل $|\frac{x-2}{3}|$ با چند عدد صحیح می‌تواند برابر باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۱۹- در مثلث ABC ، اگر $AB = 4$ ، $BC = 6$ و طول میانه وارد بر ضلع BC برابر ۵ باشد، محل هم‌رسمی عمودمنصف‌های مثلث کجا قرار دارد؟

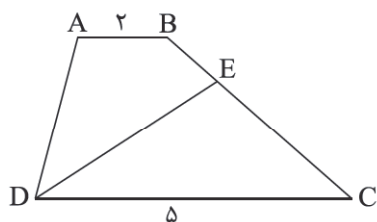
- (۱) رأس B (۲) وسط ضلع BC (۳) رأس A (۴) وسط ضلع AC

۲۰- در مثلث ABC با فرض $AB = 7$ و $AC = 24$ و $\hat{A} < 90^\circ$ حدود تغییرات ضلع BC برابر کدام است؟

- (۱) $17 < a < 25$ (۲) $17 < a < 31$ (۳) $25 < a < 31$ (۴) $17 < a < 49$

محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر، DE دوزنقه را به دو شکل هم‌مساحت تقسیم می‌کند. حاصل $\frac{BE}{EC}$ کدام است؟



(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{5}$

۲۲- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه \hat{A} ، BC را در D قطع می‌کند. از D موازی با AB رسم می‌کنیم تا AC را در E قطع کند. اگر $CE = 4$ و $AB = 3$ باشد، طول AC کدام است؟

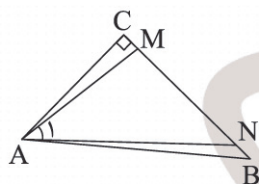
(۴) ۴

(۳) ۵

(۲) ۶

(۱) ۷

۲۳- در شکل زیر $\hat{M}AN = \hat{C}BA$ ، $AC = \sqrt{55}$ ، $MN = 7$ و $MC = NB$ است. کمترین اندازه وتر AB کدام می‌تواند باشد؟



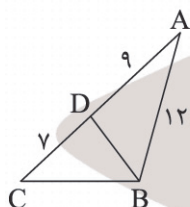
(۱) ۱۲

(۲) $\sqrt{108}$

(۳) ۱۱

(۴) $\sqrt{136}$

۲۴- در شکل زیر، مساحت مثلث BDC چه کسری از مساحت مثلث ABD است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{7}{9}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۲۵- در مثلث ABC ، G محل تلاقی میانه‌های مثلث است. اگر $AG = 6$ ، $CG = 8$ و $BG = 10$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۴) ۴۸

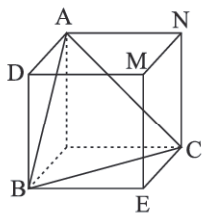
(۳) ۳۶

(۲) ۷۲

(۱) ۲۴

محل انجام محاسبات

۲۶- مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد صفحه گذرا از یال AD و اوساط یال‌های ME و NC با مکعب، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(۲) $\sqrt{\frac{8}{3}}$

(۳) $\sqrt{\frac{5}{3}}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} x & 3 & -y \\ y & 0 & x+3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ z & 5 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ و AB ماتریس اسکالر باشد، آنگاه در مورد ماتریس $\begin{bmatrix} z & z+1 \\ 2z & z \end{bmatrix}$ کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) ماتریس صفر (۲) ماتریس اسکالر (۳) ماتریس همانی (۴) ماتریس غیرقطری

۲۸- A یک ماتریس مربعی و $A^2 - 3A + I = \bar{O}$ است. اگر $A(2A - I)^T = aA + bI$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 7 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و ماتریس X در تساوی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -\sqrt{|A|} & 1 \\ |A| - 4 & \sqrt{|A|} \end{bmatrix}$ صدق کند، آنگاه مجموع درایه‌های قطر فرعی X برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۴ (۳) -۵ (۴) صفر

۳۰- اگر A یک ماتریس مربعی 2×2 ، $2|A|A^{-1} + A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A + I|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۱- گزاره $(p \Rightarrow q \vee r) \wedge (\sim p \vee (q \vee \sim r))$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

- (۱) $p \Rightarrow \sim q$ (۲) $q \Rightarrow p$ (۳) $p \Rightarrow q$ (۴) T

۳۲- اگر $A = \{\emptyset, a, \{b\}, \{a, b\}, \{b, a\}\}$ و $B = \{\{\emptyset\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ و $C = \{\{a\}, \emptyset, \{\emptyset, a, b\}\}$ باشد، مجموعه زیر چند زیرمجموعه

دارد؟ $[(A - B) \cup C] \cap (A \cap B')$

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۳۳- مجموعه $[(A \cap B) \cap (A \cup B)]$ دارای ۱۶ زیر مجموعه و مجموعه $(A - B') \cup B$ دارای ۵۱۱ زیرمجموعه ناتهی است. مجموعه

$A' - B'$ چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۳۲

۳۴- اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه $\sqrt[3]{x+y+1} = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y+1}$ برقرار باشد چه تعداد از عبارت‌های $x^2 - x^2 + 1$ ، $x^2 y + x^2$ و $y^2 - x^2 + 1$ قطعاً ناصفر هستند؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۵- به ازای کدام مقادیر طبیعی n ، عدد $3 \cdot 10^n - 3 \cdot n + 3$ بر ۱۱ بخش پذیر است؟

- (۱) $[1]_{11}$ (۲) $[2]_{11}$ (۳) $[3]_{11}$ (۴) $[4]_{11}$

۳۶- در تقسیم عدد ۱۶۰ بر دو عدد اول p و q ($p > q$)، باقیمانده بیشترین مقدار ممکن را دارد. روی منحنی $y = \frac{qx+p}{x+2}$ چند نقطه با

مختصات طبیعی وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- عدد ۵ رقمی \overline{abcab} به ۱۱ بخش پذیر است و باقیمانده آن به ۹ برابر یک است. برای سه تایی مرتب (a, b, c) چند جواب وجود دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۱۰

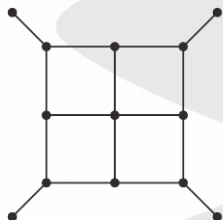
۳۸- کدام گزینه جواب معادله هم‌نهشتی $133 \equiv 105x \pmod{91}$ است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۲۶

۳۹- در گراف G از مرتبه ۸، $\Delta(G) = 7$ و $\Delta(\bar{G}) = 4$ می‌باشد. حاصل $q_{\max}(G) + q_{\max}(\bar{G})$ کدام است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۲۳ (۳) ۳۸ (۴) ۳۹

۴۰- در گراف زیر عدد احاطه‌گری m بوده و n دور به طول ۸ داریم. زوج مرتب (m, n) کدام است؟



- (۱) (۵, ۵)

- (۲) (۵, ۴)

- (۳) (۴, ۵)

- (۴) (۴, ۴)